

# 訂正

北野正雄「量子力学の基礎」(共立出版)の正誤表です.  
最終修正日 2012年1月27日

## 初版第1刷への訂正

- 1 ページ, 式 (1.1) の直後の行  
(誤) と表される \*<sup>3</sup>.  
(正) と表される \*<sup>3</sup>. 偏光の自由度が考慮されている.
- 1 ページ, 式 (1.1) の下 2 行目  
(誤) (偏光の自由度を考慮して) モードあたり  $2 \times k_B T / 2$  の  
(正) モードあたり  $k_B T$  の
- 70 ページ, 式 (7.14)  
(誤)  $+\lambda\langle\hat{C}\rangle$   
(正)  $-\lambda\langle\hat{C}\rangle$
- 70 ページ, 7.5 節 1 行目  
(誤) 基底  
(正) 正規直交基底
- 71 ページ, 式 (7.21)  
(誤)  $\text{Tr } \hat{A}_1 \hat{A}_2 \cdots \hat{A}_n = \text{Tr } \hat{A}_n \hat{A}_1 \cdots \hat{A}_{n-1}$   
(正)  $\text{Tr } \hat{A}_1 \hat{A}_2 \cdots \hat{A}_k = \text{Tr } \hat{A}_k \hat{A}_1 \cdots \hat{A}_{k-1}$
- 71 ページ, 式 (7.23) の最後の式  
(誤)  $\|\hat{A}\| \|\hat{B}\| \geq (\hat{A}, \hat{B})$   
(正)  $\|\hat{A}\| \|\hat{B}\| \geq |(\hat{A}, \hat{B})|$
- 72 ページ, 式 (7.31) の中ほど  
(誤)  $\sum_{\sigma \in S_n} \prod_{i=1}^n A_{\sigma(i), i}$   
(正)  $\sum_{\sigma \in S_n} \text{sgn}(\sigma) \prod_{i=1}^n A_{\sigma(i), i}$
- 76 ページ, 5 行目  
(誤)  $(i \neq j)$   
(正)  $(i = j)$

- 80 ページ, 式 (8.8) の上の文  
(誤)  $\mathbf{a} = a_1 \mathbf{e}_2 + \dots$   
(正)  $\mathbf{a} = a_1 \mathbf{e}_1 + \dots$
- 84 ページ, 式 (8.36), 2 箇所  
(誤)  $\hat{\Omega}$  (正)  $\Omega$
- 89 ページ, 式 (8.60)  
(誤)  $\boldsymbol{\Omega}_{\text{eff}} = \omega_1 \mathbf{e}'_1 + \dots$  (正)  $\boldsymbol{\Omega}_{\text{eff}} = \omega_1 \mathbf{e}_1 + \dots$
- 90 ページ, 式 (8.62) 付近  
(誤)  $|1\rangle, |2\rangle$  とすれば, 原子系のハミルトニアンは

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_1|1\rangle\langle 1| + \hbar\omega_2|2\rangle\langle 2| = \hbar\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}\hat{1} + \hbar\frac{\omega_0}{2}\hat{\sigma}_3$$

と表すことができる.  $\omega_0 = \omega_1 - \omega_2$  は準位のエネルギー差を  $\hbar$  で割ったものである.

(正)  $|1\rangle, |2\rangle$ , エネルギーを  $E_1, E_2$  とすれば, 原子系のハミルトニアンは

$$\hat{H}_0 = E_1|1\rangle\langle 1| + E_2|2\rangle\langle 2| = \frac{E_1 + E_2}{2}\hat{1} + \hbar\frac{\omega_0}{2}\hat{\sigma}_3$$

と表すことができる.  $\omega_0 = (E_1 - E_2)/\hbar$  はエネルギー差を  $\hbar$  で割ったものである.

- 90 ページ, 式 (8.63)  
(誤)  $E_1 \mathbf{e}_1 \cos \omega t$   
(正)  $E \mathbf{e}_1 \cos \omega t$
- 90 ページ, 式 (8.66) の上  
(誤)  $\hat{d}_1 = d\hat{\sigma}_1$   
(正)  $\hat{d}_1 = d_1\hat{\sigma}_1$
- 90 ページ, 式 (8.66)  
(誤)  $E_1$   
(正)  $E$
- 90 ページ, 式 (8.66) 下  
(誤) 同じ形になる.  
(正) 同じ形になる. ただし,  $\omega_1 = -dE$  とおいた.
- 93 ページ, 式 (9.10)  
(誤)  $\dots = (-1)^n f^{(n)}(x)$   
(正)  $\dots = (-1)^n f^{(n)}(0)$
- 99 ページ, 式 (9.53)  
(誤)

$$(\mathcal{F}f)(\omega) = \dots e^{i\omega t} dt$$

$$(\mathcal{F}^{-1}g)(t) = \dots e^{-i\omega t} dt$$

(正)

$$(\mathcal{F}f)(\omega) = \dots e^{-i\omega t} dt$$

$$(\mathcal{F}^{-1}g)(t) = \dots e^{i\omega t} d\omega$$

- 100 ページ, 式 (9.58) の上の文  
 (誤)  $|\psi\rangle$  の次元は  
 (正)  $|q\rangle$  の次元は
- 106 ページ, 10 行目  
 (誤)  $\psi' = \exp(-i\bar{\omega})\psi$   
 (正)  $\psi' = \exp(-i\bar{\omega}t)\psi$
- 135 ページ, 式 (11.69)  
 (誤)  $\dots + A_+ e^{i\omega c t}$   
 (正)  $\dots + A_- e^{i\omega c t}$
- 136 ページ, 下から 8 行目  
 (誤) 陽電子 ( $\omega_c$  で振動)  
 (正) 陽電子 ( $-\omega_c$  で振動)
- 159 ページ, 式 (13.13)  
 (誤)  $|e_{(ij)}\rangle$   
 (正)  $|e_{ij}\rangle$
- 159 ページ, 式 (13.14)  
 (誤)  $\langle\langle e_{(kl)} | e_{(ij)} \rangle\rangle$   
 (正)  $\langle\langle e_{kl} | e_{ij} \rangle\rangle$
- 159 ページ, 式 (13.15)  
 (誤)  $|e_{(ij)}\rangle\langle\langle e_{(ij)} |$   
 (正)  $|e_{ij}\rangle\langle\langle e_{ij} |$
- 159 ページ, 式 (13.16)  
 (誤)  $\sum_{(ij)} \sum_{(kl)}$   
 (正)  $\sum_{(i,j)} \sum_{(k,l)}$
- 161 ページ, 式 (13.24)  
 (誤)  $\rho_{(mn)(ij)}$   
 (正)  $\rho_{mnij}$
- 161 ページ, 式 (13.25)  
 (誤)  $\rho_{(mj)(ij)}$   
 (正)  $\rho_{mjij}$
- 162 ページ, 式 (13.29) の下 1 行目  
 (誤)  $\psi(x) = \langle x | e_i \rangle, \phi(y) = \langle y | f_j \rangle$   
 (正)  $\psi_i(x) = \langle x | e_i \rangle, \phi_j(y) = \langle y | f_j \rangle$
- 176 ページ, 問題 14.1, 1 行目  
 (誤)  $\hat{H} = \hbar\omega(\hat{\sigma}_3 - \hat{1}) \otimes \hat{\sigma}_1^M$   
 (正)  $\hat{H} = \hbar\omega(\hat{\sigma}_3 - \hat{1}) \otimes (\hat{\sigma}_1^M - \hat{1}^M)$
- 185 ページ, 5 行目  
 (誤) 十分小さい  
 (正) 十分大きい

- 185 ページ, 式 (14.43) の下  
 (誤) 弱値に  
 (正) 弱値の
- 196 ページ, 式 (15.28)  
 (誤)  $\frac{q_0^2}{2} \left( n + \frac{1}{2} \right)$   
 (正)  $q_0^2 \left( n + \frac{1}{2} \right)$
- 199 ページ, 式 (15.46)  
 (誤)  $e^{-|\alpha-\beta|^2}$   
 (正)  $e^{-|\alpha-\beta|^2/2}$
- 201 ページ, 式 (15.56)  
 (誤)  $\omega P(t), -\omega Q(t)$   
 (正)  $-\omega P(t), \omega Q(t)$
- 202 ページ, 下から 9 行目  
 (誤) エネルギーは  $\hat{H}$   
 (正) エネルギーは  $\hat{H}_E$
- 203 ページ, 問題 15.13  
 (誤)  $(|\alpha, 0\rangle + |0, \alpha\rangle)/\sqrt{2}$  との  
 (正)  $|\alpha/\sqrt{2}, \alpha/\sqrt{2}\rangle$  と  $(|\alpha, 0\rangle + |0, \alpha\rangle)/\sqrt{2}$  の
- 204 ページ, 問題 15.14  
 (誤) ゼロ  
 (正) 実質的にゼロ
- 205 ページ, 式 (15.84)  
 (誤)  $i\omega_k a_{\mathbf{k}, \lambda}, -i\omega_k b_{\mathbf{k}, \lambda}$   
 (正)  $-i\omega_k a_{\mathbf{k}, \lambda}, i\omega_k b_{\mathbf{k}, \lambda}$
- 206 ページ, 9 箇所  
 (誤)  $\xi_{k0}, \eta_{k0}$   
 (正)  $\xi_{k0}/\sqrt{2}, \eta_{k0}/\sqrt{2}$
- 214 ページ, 3 行目の式の中央の表式  
 (誤)  $u_{\mathbf{k}'}$   
 (正)  $u_{\mathbf{k}'}^*(\mathbf{r})$
- 215 ページ, 式 (16.43) の下  
 (誤)  $\hat{c}_{\mathbf{r}}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{r}'}$   
 (正)  $\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}')$
- 220 ページ, 式 (16.70)  
 (誤)  $|0, 0, 1\rangle$   
 (正)  $|0, 1, 1\rangle$

誤りや問題点を指摘してくださった方々に感謝します。

## 初版への補足説明

- 5章の適当な場所に追加

演算子の関係式  $\hat{A}\hat{B} = 0$  は「 $\hat{A} = 0$  または  $\hat{B} = 0$ 」を意味しない。  $\hat{A} = |e_1\rangle\langle e_1|$ ,  $\hat{B} = |e_2\rangle\langle e_2|$  が反例である。  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  がエルミートなら,  $\hat{B}\hat{A} = 0$  も成り立ち,  $[\hat{A}, \hat{B}] = 0$  である。 一般に,  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  が可換であれば, 同時対角化できるので,  $a_i b_i = 0$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) が導ける。 つまり, 対応する固有値の少なくとも一方がゼロであればよい。 可換でない場合は,  $\text{Im } \hat{B} \subseteq \text{Ker } \hat{A}$  であることだけがいえる。  $\text{Im } \hat{B} = \{\hat{B}|\psi\rangle \mid |\psi\rangle \in \mathcal{H}\}$  は  $\hat{B}$  の像 (image),  $\text{Ker } \hat{A} = \{|\psi\rangle \in \mathcal{H} \mid \hat{A}|\psi\rangle = 0\}$  は  $\hat{A}$  の核 (kernel) とよばれる部分空間である。

- 5.6節の最後に追加

正規演算子  $\hat{N}$  の固有値を  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  とする。 2つの関数  $f, g$  が  $f(\lambda_i) = g(\lambda_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) を満たすとき,  $f(\hat{N}) = g(\hat{N})$  であることに注意する。

- このことを利用すると,  $p_i(\lambda_j) = \delta_{ij}$  を満たす関数があれば,  $p_i(\hat{N})$  は射影演算子  $\hat{P}_i$  に等しいことが分かる。

- 6.4 Baker-Campbell-Hausdorff の定理について

定理の前提条件である  $[\hat{A}[\hat{A}, \hat{B}]] = [\hat{B}[\hat{A}, \hat{B}]] = 0$  が典型的に成り立つのは,  $c$  を実数として,  $[\hat{A}, \hat{B}] = ic\hat{1}$  の場合であるが, このような交換関係は後に扱う無限次元でのみ可能である。

- 206, 207 ページ

この辺りに登場する因子  $a_{k0} = \sqrt{\hbar/2\varepsilon_0\omega_k}$  は真空のインピーダンス  $Z_0$  を用いて  $a_{k0} = \sqrt{\hbar Z_0/2|\mathbf{k}|} = \Phi_0/\sqrt{2|\mathbf{k}|}$  と表す方が分かりやすい。  $\Phi_0 = \sqrt{\hbar Z_0} \stackrel{\text{SI}}{\sim} \text{Wb}$  は磁束の次元をもつ定数である。

- 式 (16.23), (16.24) の補足

( $\hbar$  を含まない) シュレディンガー型波動方程式

$$i\frac{\partial}{\partial t}\xi = -\frac{1}{2\mu}\nabla^2\xi$$

を満たす, 「古典的な」物質波の振幅

$$\xi(t, \mathbf{r}) \stackrel{\text{SI}}{\sim} \sqrt{\text{kg/m}^3}$$

を考える。  $\mu \stackrel{\text{SI}}{\sim} \text{s/m}^2$  は分散関係の曲率の逆数である。

$\rho(\mathbf{r}, t) = |\xi(\mathbf{r}, t)|^2 \stackrel{\text{SI}}{\sim} \text{kg/m}^3$  は質量密度を表している。  $M := \int_{L^3} \rho d\mathbf{r}^3$  は波の全質量であり, 保存量と考えることができる。

質量密度の時間変化は,  $\xi$  に対する波動方程式を用いて

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} &= \frac{\partial \xi}{\partial t}\xi^* + \xi\frac{\partial \xi^*}{\partial t} = \frac{i}{2\mu} [(\nabla^2\xi)\xi^* - \xi(\nabla^2\xi^*)] \\ &= \frac{i}{2\mu}\nabla \cdot [(\nabla\xi)\xi^* - \xi(\nabla\xi^*)] = -\nabla \cdot \mathbf{p} \end{aligned}$$

ここで,

$$\mathbf{p} := \frac{1}{2} \left[ \left( -\frac{i}{\mu} \nabla \xi \right) \xi^* - \xi \left( \frac{i}{\mu} \nabla \xi^* \right) \right] \stackrel{\text{SI}}{\sim} (\text{kg m/s})/\text{m}^3$$

は運動量密度とみなすことができる.

一方,

$$w = \frac{1}{2\mu^2} |\nabla \xi|^2 = \frac{1}{2} \left( -\frac{i}{\mu} \nabla \xi \right) \cdot \left( \frac{i}{\mu} \nabla \xi^* \right) \stackrel{\text{SI}}{\sim} \text{J}/\text{m}^3$$

は(運動)エネルギー密度に対応している.  $-i\mu^{-1}\nabla \stackrel{\text{SI}}{\sim} \text{m/s}$  が速度  $\mathbf{v}$  に,  $|\xi|^2$  が質量密度に対応することを考慮すれば, 粒子の運動エネルギー  $m\mathbf{v}^2/2$  との自然な対応がつく.

$w$  の時間変化と対応する流れを見ておこう.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} w &= \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{1}{2\mu^2} (\nabla \xi) \cdot (\nabla \xi^*) \right] = \frac{1}{2\mu^2} \left[ \left( \nabla \frac{\partial \xi}{\partial t} \right) \cdot (\nabla \xi^*) + (\nabla \xi) \cdot \left( \nabla \frac{\partial \xi^*}{\partial t} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2\mu^2} \nabla \cdot \left[ \frac{\partial \xi}{\partial t} (\nabla \xi^*) + (\nabla \xi) \frac{\partial \xi^*}{\partial t} \right] - \frac{1}{2\mu^2} \left[ \frac{\partial \xi}{\partial t} (\nabla^2 \xi^*) + (\nabla^2 \xi) \frac{\partial \xi^*}{\partial t} \right] \\ &= \nabla \cdot \frac{1}{2\mu^2} \left[ \frac{\partial \xi}{\partial t} (\nabla \xi^*) + (\nabla \xi) \frac{\partial \xi^*}{\partial t} \right] = -\nabla \cdot \mathbf{S} \end{aligned}$$

波動方程式を用いた. ここで,

$$\mathbf{S} := \frac{i}{2\mu} \left[ \frac{\partial \xi}{\partial t} \left( \frac{i}{\mu} \nabla \xi^* \right) - \left( -\frac{i}{\mu} \nabla \xi \right) \frac{\partial \xi^*}{\partial t} \right] \stackrel{\text{SI}}{\sim} \text{W}/\text{m}^2$$

はエネルギーの流れを表す.

質量密度, エネルギー密度, 運動量密度を全空間で積分すると, 波動全体の質量  $M$ , エネルギー  $E$ , 運動量  $\mathbf{P}$  が求められる. モード展開  $\xi(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}} \chi_{\mathbf{k}}(t) u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ ,  $\int_{L^3} d\mathbf{r}^3 u_{\mathbf{k}}^*(\mathbf{r}) u_{\mathbf{k}'}(\mathbf{r}) = \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'}$  を用いると,

$$\begin{aligned} M &= \int_{L^3} d\mathbf{r}^3 \rho = \sum_{\mathbf{k}} |\chi_{\mathbf{k}}|^2, \\ E &= \int_{L^3} d\mathbf{r}^3 w = \sum_{\mathbf{k}} \frac{k^2}{2\mu^2} |\chi_{\mathbf{k}}|^2 = \sum_{\mathbf{k}} \frac{\omega_{\mathbf{k}}}{\mu} |\chi_{\mathbf{k}}|^2, \\ \mathbf{P} &= \int_{L^3} d\mathbf{r}^3 \mathbf{p} = \sum_{\mathbf{k}} \frac{\mathbf{k}}{\mu} |\chi_{\mathbf{k}}|^2 \end{aligned}$$

が得られる. ただし,  $\omega_{\mathbf{k}} = |\mathbf{k}|^2/\mu$ . ここで,  $M = \hbar\mu$  とおくと,

$$M = \hbar\mu, \quad E = \sum_{\mathbf{k}} \hbar\omega_{\mathbf{k}} \frac{|\chi_{\mathbf{k}}|^2}{M}, \quad \mathbf{P} = \sum_{\mathbf{k}} \hbar\mathbf{k} \frac{|\chi_{\mathbf{k}}|^2}{M}$$

となる.  $|\chi_{\mathbf{k}}|^2/M$  はモード  $\mathbf{k}$  の相対重みである.

- p. 214, 6行目

機能的には,  $\hat{\psi}(\mathbf{r})$ ,  $\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r})$  は, それぞれ,  $\hat{c}_{\mathbf{r}}$ ,  $\hat{c}_{\mathbf{r}}^\dagger$  と表す方が分かりやすいかも知れない.